Model Paper

MATHEMATICS MODEL PAPER
FOURTH SEMESTER – REAL ANALYSIS
COMMON FOR B.A &B.Sc
(w.e.f. 2015-16 admitted batch)

Time: 3 Hours **Maximum Marks: 75**

SECTION-A

Answer any **FIVE** questions. Each question carries **FIVE** marks. **5 x 5 = 25 Marks**

1. Prove that every convergent sequence is bounded.
2. Show that the series $1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$ converges absolutely for all values of x.
3. Show that the series $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$ converges conditionally.
4. Examine the continuity of the function defined by $f(x) = |x| + |x-1|$ at x= 0, 1.
5. Verify Rolle's theorem in the interval [a, b] for the function $f(x) = (x-a)^m(x-b)^n$; m,n being +ve inegers.
6. Prove that $f(x) = x\left(\frac{e^{1/x}-1}{e^{1/x}+1}\right)$ if $x \neq 0$ and f(0) = 0 is continuous at x = 0 but not derivable at x = 0.
7. Evaluate $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\left(e^{3/n} + e^{6/n} + \cdots + e^{3n/n}\right)$
8. Prove that $\frac{\pi^3}{24} \leq \int_0^{\pi}\frac{x^2}{5+3\cos x}dx \leq \frac{\pi^3}{6}$

SECTION-B

Answer the all **FIVE** questions. Each carries TEN marks. **5 x 10 = 50 Marks**

9(a). Prove that a monotone sequence is convergent if and only if it is bounded.

Or

9(b). Prove that the sequence $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}$ is not convergent.

10(a). State and prove Cauchy's n^{th} Root test

Or

10(b) Test for convergence $\sum\frac{x^n}{x^n+a^n}$ ($x > 0$, $a > 0$)

11(a). If f is continuous on [a, b] then prove that f is bounded and attains its infimum and supremum.

Or

11(b). If f is continuous on [a, b] then prove that f is uniformly continuous on [a, b].

12(a). State and prove Lagrange's mean value theorem.

Or

12)b). Find c of Cauchy's mean value theorem for $f(x) = \sqrt{x}$ and $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ in [a, b] where $0 < a < b$.

13(a). If f:[a, b] ⟶R is continuous on [a, b] then prove that f is integrable on [a, b].

Or

13(b). State and prove Fundamental theorem of Integral calculus.

Scanned with CamScanner

2018-17

[Total No. of Printed Pages-7

[CB-BA428/CB-BS432]

AT THE END OF FOURTH SEMESTER DEGREE EXAMINATIONS

MATHEMATICS-IV-REAL ANALYSIS

(COMMON FOR B.A, B.Sc)

(From The Admitted Batch 2015-2016)

(CBCS PATTERN)

Time : 3 Hours | Maximum : 75 Marks

Section - A

Answer any **five** questions : (5× 5 = 25)

ఏవేని **ఐదు** ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

1. Prove that the seq $\{S_n\}$, where

$$S_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \ldots\ldots\ldots + \frac{1}{n+n} \text{ is convergent.}$$

$S_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \ldots\ldots\ldots + \frac{1}{n+n}$ గా గల $\{S_n\}$, అనుక్రమం అభిసరిస్తుందని చూపండి.

[Turn over

10,000

Scanned with CamScanner

2. If $\{S_n\}$ is a cauchy sequence then show that $\{S_n\}$ is convergent.

$\{S_n\}$ కోషి అనుక్రమం అయితే $\{S_n\}$ అభిసరించే అనుక్రమం అని చూపండి.

3. Test for convergence of $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)$.

$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)$ యొక్క అభిసరణీయతను పరీక్షించండి.

4. $f: R \to R$ be such that $f(x)=\dfrac{e^{1/x}-e^{-1/x}}{e^{1/x}+e^{-1/x}}$ if $x \neq 0$ and

$f(0)=1$. Discuss the continuity at $x=0$.

$f(x)=\dfrac{e^{1/x}-e^{-1/x}}{e^{1/x}+e^{-1/x}}$, $x \neq 0$, $f(0)=1$ అయ్యేటట్లు నిర్వచింపబడిన $f: R \to R$ ప్రమేయానికి $x=0$ వద్ద అవిచ్ఛిన్నతను చర్చించండి.

Scanned with CamScanner

5. Show that the function f defined by $f(x)=x^3$, is uniformly continuous in $(-2, 2)$.

$f(x) = x^3$ తో నిర్వచింపబడిన ప్రమేయము $(-2, 2)$ లో ఏకరూప అవిచ్ఛిన్నంగా ఉంటుందని చూపండి.

6. Show that $f(x)=x\sin\left(\frac{1}{n}\right)$, $x \neq 0$ $f(x) = 0$, $x = 0$ is continuous but not deliverable at $x=0$

$f(x)=x\sin\left(\frac{1}{n}\right), x\neq 0\, f(x)=0, x=0$ ప్రమేయము $x=0$ వద్ద ప్రమేయం అవిచ్ఛిన్నమవుతుంది కాని అవకలనీయము కాదు అని చూపండి.

7. Find C of cauchy mean - value theorem for $f(x)=\sqrt{x}$ and $g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ in [a, b], where $0<a<b$.

$0 < a < b$ అయిన $[a, b]$ లో $f(x)=\sqrt{x}$, $g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ లకు సంబంధించిన కోషి సిద్ధాంతములోని $C\in(a,b)$ కనుక్కోండి.

8. If $f:[a,b]\rightarrow R$ is continuous on [a,b], then show that f is integrable on [a,b].

Scanned with CamScanner

f ప్రమేయం $[a, b]$ లో ఏకదిష్టం అయితే $[a, b]$ మీద సమాకలనీయం అని చూపండి.

Section - B

Answer **all** the questions. **(5× 10 = 50)**

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

9. a) State and prove cauchy's first theorem on limits.

అవధులపై కోషి మొదటి సిద్ధాంతాన్ని వ్రాసి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Using Cauchy general principle of Convergence, test the convergence of $\left\{\frac{n}{n+1}\right\}$.

కోషి సార్వత్రిక సూత్రాన్ని వుపయోగించి $\left\{\frac{n}{n+1}\right\}$ అనుక్రమం యొక్క అభిసరణతను చర్చించండి.

Scanned with CamScanner

10. a) State and prove D'Alembert's Ratio test.

డి – ఆలంబర్ట్స్ నిష్పత్తి పరీక్షను నిర్వచించి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Test for convergence of $\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{\log n}{n}\right)^2$.

$\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{\log n}{n}\right)^2$ యొక్క అభిసరణీయతను చర్చించండి.

11. a) Explain different types of discontinuities and give one example to each.

వివిధ రకాల విచ్ఛిన్నతలను నిర్వచించి, ఒక్కో ఉదహారణ ఇవ్వండి.

(OR/లేదా)

b) Determine the constants a, b so that the function f defined by $f(x) = 2x + 1$ if $x \le 1$, $f(x) = ax^2 + b$ if $1 < x < 3$; $f(x) = 5x + 2a$ if $x \ge 3$ is continuous everywhere.

[Turn over

Scanned with CamScanner

$f(x) = 2x + 1, x \leq 1;\ f(x) = ax^2 + b,\ 1 < x < 3; f(x) =$ $5x + 2a, x \geq 3$ ప్రమేయం అవిచ్ఛిన్నమైతే a, b విలువలను కనుక్కోండి.

12. a) State and prove Rolles mean value theorem.

రోలె మధ్యమ మూల్య సిద్ధాంతం ప్రవచించి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Prove that $\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{15} < \sin^{-1} 0.6 < \frac{\pi}{6} + \frac{1}{8}$.

$\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{15} < \sin^{-1} 0.6 < \frac{\pi}{6} + \frac{1}{8}$ అని నిరూపించండి.

13. a) If $f \in R\,[a, b]$ and ϕ is a primitive of f, then

$$\int_a^b f(x)dx = \phi(b) - \phi(a)$$

$f \in R\,[a, b]$ మరియు f యొక్క పూర్వగము ϕ అయితే

$$\int_a^b f(x)dx = \phi(b) - \phi(a).$$

Scanned with CamScanner

(OR/లేదా)

b) Show that $\frac{1}{4} < \int_0^{1/4} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} < \frac{1}{\sqrt{15}}$.

$\frac{1}{4} < \int_0^{1/4} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} < \frac{1}{\sqrt{15}}$ అని నిరూపించండి.

❄❄❄

Scanned with CamScanner

2017 - 18

[Total No. of Printed Pages-7

[CB-BA428/CB-BS432]

AT THE END OF FOURTH SEMESTER DEGREE EXAMINATIONS

MATHEMATICS-IV - REAL ANALYSIS (COMMON FOR B.A, B.Sc)

(From The Admitted Batch of 2015-2016)

(CBCS PATTERN)

Time : 3 Hours | Maximum : 75 Marks

SECTION - A

I. Answer any **Five** questions: **(5×5=25)**

ఏవైనా **ఐదు** ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

1) Prove that the sequence $\{S_n\}$ defined by

$S_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + ... + \frac{1}{n!}$ is convergent.

$S_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + ... + \frac{1}{n!}$ తో నిర్వచించబడిన $\{S_n\}$ అనుక్రమం అభిసరిస్తుందని ఋజువు చేయండి.

Scanned with CamScanner

2) Test for convergence of $\sum\left(1+\frac{1}{n}\right)^{-n}$

$\sum\left(1+\frac{1}{n}\right)^{-n}$ యొక్క అభిసరణీయత పరీక్షించండి.

3) Test for convergence of $\frac{1.2}{3.4.5}+\frac{2.3}{4.5.6}+.....$

$\frac{1.2}{3.4.5}+\frac{2.3}{4.5.6}+.....$ శ్రేణియొక్క అభిసరణీయతను పరీక్షించండి.

4) If $f:[a,b]\rightarrow R$ is continuous on [a, b] then show that f is bounded on [a,b]

$f:[a,b]\rightarrow R$ ప్రమేయం [a,b] లో అవిచ్ఛిన్నమైతే [a,b] లో f పరిబద్ధం అని చూపండి.

Scanned with CamScanner

5) Prove that

$$f(x) = x\left(\frac{e^{1/x}-1}{e^{1/x}+1}\right) \text{ if } x \neq 0 \text{ and } f(0) = 0$$ is

continuous at x = 0 but not derivable at x = 0.

$$f(x) = x\left(\frac{e^{1/x}-1}{e^{1/x}+1}\right), x \neq 0$$ మరియు

$f(0)=0$ ప్రమేయం $x = 0$ వద్ద అవిచ్ఛిన్నమని మరియు $x = 0$ వద్ద అవకలనీయం కాదని చూపండి.

6) Show that $\log(1+x) - \dfrac{2x}{2+x}$ is increasing when x > 0.

x > 0 కు $\log(1+x) - \dfrac{2x}{2+x}$ ఆరోహణమని చూపండి.

Scanned with CamScanner

7) If $f(x)=x^2$ on [0, 1] and $p=\left\{0,\frac{1}{4},\frac{2}{4},\frac{3}{4},1\right\}$ compute L(p,f) and U(p, f)

[0, 1] మీద $f(x)=x^2$ ప్రమేయానికి ఒక విభజన $p=\left\{0,\frac{1}{4},\frac{2}{4},\frac{3}{4},1\right\}$ అయితే L(p,f) మరియు U(p, f) కనుక్కోండి.

8) Solve $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\left(e^{3/n}+e^{6/n}+........+e^{3n/n}\right)$

$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\left(e^{3/n}+e^{6/n}+........+e^{3n/n}\right)$ ను సాధించండి.

SECTION - B

II. Answer **ALL** the questions: **(5×10=50)**

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానము వ్రాయుము.

9) a) A monotonic sequence is convergent if and only if it is bounded.

ఏకదిష్టానుక్రమం అభిసరించుటకు ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమం అది పరిబద్ధం అని చూపండి.

Scanned with CamScanner

(OR/లేదా)

b) State and prove Cauchy convergence, criterion.

కోషి అభిసరణా నియమం రాసి నిరూపించండి.

10) a) Test for convergence of $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n^3+1}-n$

$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n^3+1}-n$ యొక్క అభిసరణీయతను పరీక్షించండి

(OR/లేదా)

b) Test for convergence of

$$\sum \frac{x^n}{x^n+a^n} \left(x>0, a>0\right)$$

$\sum \frac{x^n}{x^n+a^n}$ యొక్క అభినరణీయత వరీక్షించండి $\left(x>0, a>0\right)$

11) a) State and prove Sandwich theorem.

Sandwich సిద్ధాంతము రాసి నిరూపించుము.

Scanned with CamScanner

(OR/లేదా)

b) If a function f is continuous on [a,b], then show that f is uniformly continuous.

[a,b] మీద f ప్రమేయం అవిచ్ఛిన్నమైతే, అపుడు అది [a,b] మీద ఏకరూప అవిచ్ఛిన్నము అని చూపండి.

12) a) State and prove Cauchy mean value theorem

కోషి మధ్యమ మూల్య సిద్ధాంతం ప్రవచించి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Show that $\frac{v-u}{1+v^2} < Tan^{-1}v - Tan^{-1}u < \frac{v-u}{1+u^2}$ for $o<u<v$

$\frac{v-u}{1+v^2} < Tan^{-1}v - Tan^{-1}u < \frac{v-u}{1+u^2}$ for $o<u<v$ అని చూపండి.

13) a) State and prove a necessary and sufficient condition for integrability.

సమాకల నియతకు ఒక ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమాన్ని రాసి నిరూపించండి.

Scanned with CamScanner

(OR/లేదా)

b) Evaluate $\int_{0}^{\pi/4}\left(\sec^4 x - \tan^4 x\right)dx$

$\int_{0}^{\pi/4}\left(\sec^4 x - \tan^4 x\right)dx$ ను గణించండి.

Scanned with CamScanner

2018-19

[CB-BA428/CB-BS432]

AT THE END OF FOURTH SEMESTER DEGREE EXAMINATIONS

MATHEMATICS-IV-REAL ANALYSIS

(COMMON FOR B.A., B.Sc.)

(From The Admitted Batch of 2015-16)

(CBCS PATTERN)

Time : 3 Hours   Maximum : 75 Marks

SECTION-A

విభాగము - ఎ

I. Answer any **Five** questions.

ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. **(5×5=25)**

1. Using sandwich theorem prove that

$$\underset{n\to\infty}{Lt}\left(\sqrt{n^2-n}-n\right)=\frac{1}{2}.$$

శాండ్‌విచ్ సిద్ధాంతం ఉపయోగించి

$$\underset{n\to\infty}{Lt}\left(\sqrt{n^2-n}-n\right)=\frac{1}{2}$$ అని చూపండి.

2. Test for convergence $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n+3^n}$.

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n+3^n}$ శ్రేణి అభిసరణను పరీక్షించుము.

Scanned with CamScanner

3. Show that $f: R \to R$ defined by $f(x) = \frac{1}{1+|x|}$ is continuous and bounded. Find its supremum and infimum.

$f(x) = \frac{1}{1+|x|}$ గా నిర్వచింపబడిన ప్రమేయము $f: R \to R$ తో అవిచ్ఛిన్నము మరియు పరిబద్ధమని చూపండి మరియు గరిష్ఠ దిగువ, కనిష్ఠ ఎగువ హద్దులను కనుగొనుము.

4. When do we say that the series $\sum u_n$ converges conditionally. Show that the series $\sum \frac{(-1)^{n-1}}{n}$ is conditionally convergent.

$\sum u_n$ శ్రేణిని, మనం ఎప్పుడు నియతాభిసరణ శ్రేణి అంటాం? $\sum \frac{(-1)^{n-1}}{n}$ శ్రేణి నియతాభిసరణ చెందుతుందని చూపండి.

5. Examine the continuity of the function f defined by $f(x) = 0$, if $x \in Q$; $f(x) = 1$ if $x \in R - Q$.

$f(x) = 0$, $x \in Q$ అయినప్పుడు; $f(x) = 1$, $x \in R - Q$ అయినప్పుడు నిర్వచించబడిన ప్రమేయం f యొక్క అవిచ్ఛిన్నతను పరీక్షించండి.

Scanned with CamScanner

6. Find the θ of the Lagranges theorem for

$f(x)=x^3-2x+3$; $a=1$, $h=\frac{1}{2}$.

$f(x)=x^3-2x+3$; $a=1$, $h=\frac{1}{2}$ నకు లెగ్రాంజ్ సిద్ధాంతం యొక్క θ ను కనుక్కోండి.

7. Discuss the applicability of the Rolle's theorem for

$f(x)=\sqrt{1-x^2}$, $a=-1$, and $b=1$.

$f(x)=\sqrt{1-x^2}$, $a=-1$, మరియు $b=1$అనే ప్రమేయానికి రోల్స్ సిద్ధాంతం యొక్క అనువర్తనీయతను చర్చించండి.

8. Prove that $f(x)=x^2$ is integrable on $[0\quad a]$ and

$\int_0^a x^2dx=\frac{a^3}{3}$.

$[0\quad a]$ మీద $f(x)=x^2$ సమాకలనీయమని మరియు

$\int_0^a x^2dx=\frac{a^3}{3}$ అని నిరూపించుము.

[Turn over

Scanned with CamScanner

SECTION - B

విభాగము - బి

II. Answer **ALL** the questions.

క్రింది అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. **(5×10=50)**

9. a) State and prove Cauchy's general principle of convergence of sequences.

అనుక్రమాలకు కౌషీ సార్వత్రిక అభిసరణ సూత్రము ప్రవచించి నిరూపించుము.

(OR/లేదా)

b) i) Prove that the sequence $\{S_n\}$ defined by

$$S_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + ... + \frac{1}{n!}$$

is convergent.

$$S_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + ... + \frac{1}{n!}$$ అయిన

అనుక్రమము $\{S_n\}$ అభిసరించునని నిరూపించుము.

ii) Test for convergence of

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt[3]{n^3+1}-n\right)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt[3]{n^3+1}-n\right)$$ శ్రేణి అభిసరణను పరిశీలించుము.

Scanned with CamScanner

10. a) State and prove D'Alembert's ratio test.

డి ఆలంబర్ట్స్ నిష్పత్తి పరీక్షను నిర్వచించి నిరూపించుము.

(OR/లేదా)

b) Test for the convergence of the series $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n^2 \log n}$.

$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n^2 \log n}$ శ్రేణి యొక్క అభిసరణతను పరీక్షించండి.

11. a) If f is continuous on $[a, b]$ and $f(a), f(b)$ have opposite signs there exists $c \in (a, b)$ show that $f(c)=0$.

f ప్రమేయం $[a, b]$ అంతరములో అవిచ్ఛిన్నమై $f(a), f(b)$ లకు వ్యతిరేక గుర్తులుంటే $f(c)=0$ అయ్యేటట్లు $c \in (a, b)$ వ్యవస్థితం అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Discuss any three kinds of discontinuity with suitable examples.

ఏవేని మూడు రకాల విచ్ఛిన్నతలను సోదాహరణముగా వివరించండి.

[Turn over

Scanned with CamScanner

12. a) State and prove the Cauchy's mean value theorem.

కౌషీ మధ్యమ విలువ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి, దానిని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Show that $f(x)=\begin{cases} x^2\cos\frac{1}{x}; & x\neq 0 \\ 0 & ; x=0 \end{cases}$ is derivable every where but the derivative is not continuous at 0.

$f(x)=\begin{cases} x^2\cos\frac{1}{x}; & x\neq 0 \\ 0 & ; x=0 \end{cases}$ అనే ప్రమేయము అన్ని చోట్ల అవకలనీయమని, అయితే దాని అవకలని సున్న వద్ద అవిచ్ఛిన్నం కాదని చూపండి.

13. a) If $f\in R[a, \ b]$ then prove that $|f|\in R[a, \ b]$ show that the converse of this theorem is not true.

$f\in R[a, \ b]$ అయితే, $|f|\in R[a, \ b]$ అవుతుందని నిరూపించండి. ఈ సిద్ధాంతం యొక్క విపర్యయం సత్యం కాదని చూపండి.

Scanned with CamScanner

(OR/లేదా)

b) State and prove the fundamental theorem of integral calculus. Using this theorem, show that $\int_0^1 x^4 dx = \frac{1}{5}$.

సమాకలన గణితము యొక్క మౌలిక సిద్ధాంతమును ప్రవచించి, నిరూపించండి. ఈ సిద్ధాంతమును ఉపయోగించి $\int_0^1 x^4 dx = \frac{1}{5}$ అని చూపండి.

Scanned with CamScanner

2020 Sep-Suppy

[CB-BS432/CB-BA428]

AT THE END OF FOURTH SEMESTER (CBCS PATTERN)

MATHEMATICS — IV

(From The Admitted Batch of 2015-16)

Time: 3 Hours Maximum: 75 marks

SECTION A — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

1. Show that the sequence $\{S_n\}$ where $S_n = \dfrac{1}{n+1} + \dfrac{1}{n+2} + \ldots\ldots + \dfrac{1}{n+n}$ is convergent.

   $S_n = \dfrac{1}{n+1} + \dfrac{1}{n+2} + \ldots\ldots + \dfrac{1}{n+n}$ అయితే అను క్రమము $\{S_n\}$ అభిసరిస్తుందని చూపుము.

2. Prove that every convergent sequence is bounded.

   అభిసరించే ప్రతి అనుక్రమం పరిబద్ధం అని చూపండి.

3. Test for convergence of $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}\right)$.

   $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}\right)$ యొక్క అభిసరణతను పరిశీలించండి.

Scanned with CamScanner

4. If $f:[a, b] \to R$ is continuous then show that it is uniformly continuous on $[a, b]$.

$f:[a, b] \to R$ అవిచ్ఛిన్న ప్రమేయం అయితే అది $[a, b]$ పై ఏకరీతి అవిచ్ఛిన్నమని చూపండి.

5. Examine the continuity of the function f defined by $f(x) = |x| + |x-1|$ at $x = 0, 1$.

ప్రమేయం $f(x) = |x| + |x-1|$ గా నిర్వచించబడితే $x = 0, 1$ వద్ద దాని అవిచ్ఛిన్నతను పరీక్షించండి.

6. Find 'C' of Cauchy's mean value theorem for $f(x) = \sqrt{x}$ and $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ in $[a, b]$ where $0 < a < b$.

$0 < a < b$ కు $[a, b]$ లో $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ లకు కాషీ మధ్యమ విలువ సిద్ధాంతం యొక్క 'C' ను కనుక్కోండి.

7. Find lower and upper Riemann sum of $f(x) = x$ on $[0, 1]$ when $p = \left\{0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\right\}$.

$[0, 1]$ అంతరంపై $p = \left\{0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\right\}$ అయినప్పుడు $f(x) = x$ కి $U(p, f)$ మరియు $U(p, f)$ లను కనుగొనుము.

8. Show that $\underset{n\to\infty}{Lt} \sum_{r=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{n^2 - r^2}} = \frac{\pi}{2}$.

$\underset{n\to\infty}{Lt} \sum_{r=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{n^2 - r^2}} = \frac{\pi}{2}$ అని చూపుము.

Scanned with CamScanner

SECTION B — (5 × 10 = 50 marks)

Answer ALL the following questions.

9. (a) A monotonic sequence is convergent iff it is bounded.

ఏకదిష్ట అనుక్రమం అభిసరణం చెందడానికి అవశ్యక పర్యాప్త నియమం అది పరిబద్ధమవడమని చూపండి.

Or

(b) State and Prove Cauchy's first theorem on limits.

అవధిపై కోషి మొదటి సిద్ధాంతమును ప్రవచించి, నిరూపించండి.

10. (a) State and prove Cauchy's n^{th} root test.

"కోషి" n–వ మూల పరీక్షను తెలిపి, నిరూపించుము.

Or

(b) State and prove D-Alembert's Ratio test for infinite series.

డీ–అలంబర్ట్ నిష్పత్తి పరీక్షను ప్రవచించి నిరూపించండి.

11. (a) If f is continuous on $[a, b]$ then f is bounded on $[a, b]$.

f అను ప్రమేయం $[a, b]$ పై అవిచ్ఛిన్నమైతే, అది $[a, b]$ పై పరిబద్ధమవుతుంది.

Or

Scanned with CamScanner

(b) Show that $f : R \to R$ defined by $f(x) = \begin{cases} x & \text{if } x \in R - Q \\ -x & \text{if } x \in Q \end{cases}$ is continuous only at $x = 0$.

$f : R \to R$ ప్రమేయాన్ని $f(x) = \begin{cases} x & x \in R - Q \\ -x & x \in Q \end{cases}$ అని నిర్వచిస్తే $x = 0$ వద్ద అవిచ్ఛిన్నతను పరిశీలించండి.

12. (a) State and prove Rolle's theorem.

రోలె సిద్ధాంతం ప్రవచించి నిరూపించండి.

Or

(b) State and prove Lagranges Mean Value theorem.

లెగ్రాంజి మధ్యమ మూల్య సిద్ధాంతంను ప్రవచించి నిరూపించండి.

13. (a) State and prove fundamental theorem of integral calculus.

సమాకలన విశ్లేషణలోని మూల సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి నిరూపించండి.

Or

(b) If $f : [a, b] \to R$ is monotonic on $[a, b]$ then f is R-integrable on $[a, b]$.

$f : [a, b] \to R$ అను ప్రమేయము $[a, b]$ లో ఏకదిష్టము అయితే $[a, b]$ లో f రీమాన్ సమాకలనీయత అని చూపండి.

Scanned with CamScanner

Suply 2020-21

[Total No. of Printed Pages-7

[CB-BA428/CB-BS432]

AT THE END OF FOURTH SEMESTER (CBCS PATTERN) DEGREE EXAMINATIONS

MATHEMATICS - IV - REAL ANALYSIS

(COMMON FOR B.A., B.Sc)

(From The Admitted Batch of 2015-16)

Time : 3 Hours **Maximum : 75 Marks**

SECTION - A

విభాగము - ఎ

I. Answer any **Five** questions. (5×5=25)

ఏవైనా **ఐదు** ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

1. Prove that the sequence $\{S_n\}$ defined by

$$S_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \ldots\ldots + \frac{1}{n!}$$ is conversant.

$$S_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \ldots\ldots + \frac{1}{n!}$$ తో నిర్వచింవబడిన $\{S_n\}$ అను క్రమం అభిసరిస్తుందని నిరూపించండి.

2. Define convergence of series. Test for convergence

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right).$$

అనంతశ్రేణి అభిసరణతను నిర్వచించండి $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)$ యొక్క అభిసరణతను పరీక్షించండి.

Scanned with CamScanner

3. Examine the continuity for the function of defined by $f(x)=|x|+|x-1|$ at $x=0,1$.

$x = 0,1$ ల వద్ద $f(x)=|x|+|x-1|$ గా నిర్వచింపబడిన ప్రమేయము యొక్క అవిచ్ఛిన్నతను పరీక్షించండి.

4. If $f:[a,b]\to R$ continuous on [a,b] then prove that f is bounded on [a,b].

$f:[a,b]\to R$ ప్రమేయము [a,b] లో అవిచ్ఛిన్నమైతే [a,b] లో f పరిబద్ధమవుతుందని నిరూపించండి.

5. If $f:[a,b]\to R$ is derivable at $c\in[a,b]$ then prove that f is continuous at 'c'.

$f:[a,b]\to R$ ప్రమేయము $c\in[a,b]$ వద్ద అవకలనీయమైతే, f ప్రమేయము 'c' వద్ద అవిచ్ఛిన్నమవుతుందని చూపండి.

Scanned with CamScanner

6. Using Lagranges theorem, show that $\frac{v-u}{1+v^2} < Tan^{-1}v - Tan^{-1}u < \frac{v-u}{1+u^2}$ for $0 < u < v$.

లెగ్రాంజ్ సిద్ధాంతాన్నుపయోగించి, $0 < u < v$ కు

$$\frac{v-u}{1+v^2} < Tan^{-1}v - Tan^{-1}u < \frac{v-u}{1+u^2}.$$

7. Show that the function f(x) =1, when $x \in Q$ and f(x) = -1, when $x \in R - Q$ is not Riemann integrable on [a,b].

f(x) =1 , $x \in Q$ మరియు f(x) = -1, $x \in R - Q$ ప్రమేయము [a,b] మీద రీమాన్ సమాకలనీయం కాదని చూపండి.

8. If $f \in R[a,b]$ and m, M are i.n.f. and s.u.p. of f in [a,b] then $m(b-a) \le \int_a^b f(x)dx \le M(b-a)$ and $\int_a^b f(x)dx = \mu(b-a)$ where $\mu \in [m, M]$.

$f \in R[a,b]$ మరియు [a,b] లో గ.ది.హ f, క.ఎ.హ f లు m,M లయితే $m(b-a) \le \int_a^b f(x)dx \le M(b-a)$ మరియు $\int_a^b f(x)dx = \mu(b-a)$ అని చూపండి.

[Turn over

Scanned with CamScanner

SECTION - B

విభాగము - బి

II. Answer **all** the questions. **(5×10=50)**

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

1. a) Prove that a monotone sequence is convergent if and only if it is bounded.

ఏకదిష్టాను క్రమం అభిసరిస్తుంది $\Leftrightarrow$ ఏకదిష్టాను క్రమం పరిబద్ధం అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Prove that the sequence $\{S_n\}$ defined by $S_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \ldots\ldots + \frac{1}{n+n}$ is convergent.

$S_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \ldots\ldots + \frac{1}{n+n}$ గా గల $\{S_n\}$ అనుక్రమము అభిసరిస్తుందని చూపండి.

Scanned with CamScanner

2. a) State and prove limit form of comparison test.

అవధిరూపంలో తులనాత్మక పరీక్షను ప్రవచించి, నిరూపించుము.

(OR/లేదా)

b) State and prove D' - Alembert's Ratio test.

డి-ఆలింబర్ట్ పరీక్షను ప్రవచించి నిరూపించండి.

3. a) If $f:[a,b]\to R$ is continuous on [a,b] then prove that f is bounded on [a,b] and attains its bounds or infimum and supremum

$f:[a,b]\to R$ ప్రమేయము [a,b] లో అవిచ్ఛిన్నమైతే f ప్రమేయము [a,b] లో పరిబద్ధమవుతూ గ.ది.హ మరియు క.ఎ.హ లను పొందుతుంది.

Scanned with CamScanner

(OR/లేదా)

b) If a function f is continuous on [a,b] then prove that f is uniformly continuous on [a,b].

[a,b] మీద f ప్రమేయము అవిచ్ఛిన్నమైతే అపుడు అది [a,b] మీద f ఏకరూప అవిచ్ఛిన్నమవుతుందని చూపండి.

4. a) State Rolle's theorem. Verify Rolle's theorem in the interval [a,b] for the function $f(x) = (x-a)^m.(x-b)^n$; m,n being +ve integers.

రోలే సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచింపుము. $f(x) = (x-a)^m.(x-b)^n$; m,n లు ధనపూర్ణాంకాలు, ప్రమేయానికి [a,b] అంతరంలో రోలే సిద్ధాంతాన్ని సరిచూడండి.

(OR/లేదా)

b) State and prove Cauchy's mean value theorem.

కోషి మధ్యమ మూల్య సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి, నిరూపించండి.

Scanned with CamScanner

5. a) State and prove the necessary and sufficient condition for integrability.

సమాకలనీయతకు ఆవశ్యక, పర్యాప్త నియమాన్ని ప్రవచించి, నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Prove that $\frac{\pi^3}{24} \leq \int_0^{\pi} \frac{x^2}{5+3\cos x} dx \leq \frac{\pi^3}{6}$

అని నిరూపించండి.

Scanned with CamScanner

2020-21

[Total No. of Printed Pages-7

[CB-BA428/CB-BS432]

AT THE END OF FOURTH SEMESTER (CBCS PATTERN) (REGULAR) DEGREE EXAMINATIONS

MATHEMATICS : VI - REAL ANALYSIS

(COMMON FOR B.A., B.Sc.)

(From the Admitted Batch of 2015-2016)

Time : 3 Hours **Maximum : 75 Marks**

SECTION - A

విభాగము - ఎ

I. Answer any **Five** questions. (5×5=25)

ఏవేని **ఐదింటికి** సమాధానములు వ్రాయండి.

1. Prove that the sequence $\{S_n\}$ where $S_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \ldots\ldots \frac{1}{n+n}$ is convergent.

$S_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \ldots\ldots \frac{1}{n+n}$ గా గల $\{S_n\}$ అనుక్రమం అభిసరిస్తుందని చూపండి.

Scanned with CamScanner

2. Define Convergence of series. Test for convergence $\frac{1.2}{3.4.5}+\frac{2.3}{4.5.6}+\frac{3.4}{5.6.7}+.....$

అనంత శ్రేణి యొక్క అభిసరణతను నిర్వచింపుము. $\frac{1.2}{3.4.5}+\frac{2.3}{4.5.6}+\frac{3.4}{5.6.7}+.....$ శ్రేణి యొక్క అభిసరణతను పరీక్షించండి.

3. Let $f:R\to R$ be such that $f(x)=\frac{e^{\frac{1}{x}}-e^{-\frac{1}{x}}}{e^{\frac{1}{x}}+e^{-\frac{1}{x}}}$, if $x\neq 0$ and f(0) = 1. Discuss the continuity at $x=0$.

$f(x)=\frac{e^{\frac{1}{x}}-e^{-\frac{1}{x}}}{e^{\frac{1}{x}}+e^{-\frac{1}{x}}}$, $x\neq 0$, f(0) = 1 అయ్యేటట్లు నిర్వచింపబడిన $f:R\to R$ ప్రమేయానికి $x=0$ వద్ద అవిచ్ఛిన్నతను చర్చించండి.

4. If $f:S\to R$ is uniformly continuous, then prove that f is continuous in S.

$f:S\to R$ ఏకరూప అవిచ్ఛిన్నమైతే, అపుడు S లో f అవిచ్ఛిన్నంగా ఉంటుందని నిరూపించండి.

Scanned with CamScanner

5. If $f:[a,b]\to R$ derivable at $C\in[a,b]$, then prove that f is continuous at C.

$f:[a,b]\to R$ ప్రమేయం $C\in[a,b]$ వద్ద అవకలనీయమైతే,

f ప్రమేయము 'C' వద్ద అవిచ్ఛిన్నమవుతుందని చూపండి.

6. Discuss the derivability of $f(x)=|x|+|x-1|$, at $x=0,1$

$f(x)=|x|+|x-1|$ ప్రమేయం యొక్క అవకలనీయతను $x=0,1$ వద్ద పరిశీలించండి.

7. If $f\in R[a,b]$ and m,M are the infimum and supremum of f on [a,b], then prove that $m(b-a)\le\int_a^b f(x)dx\le n(b-a)$.

$f\in R[a,b]$ మరియు [a,b] మీద f యొక్క గ.ది.హ మరియు క.ఎ.హ m,M లైతే $m(b-a)\le\int_a^b f(x)dx\le n(b-a)$.

Scanned with CamScanner

8. Prove that $\frac{1}{\pi} \le \int_0^1 \frac{\sin \pi x}{1+x^2} dx \le \frac{2}{\pi}$.

$\frac{1}{\pi} \le \int_0^1 \frac{\sin \pi x}{1+x^2} dx \le \frac{2}{\pi}$ అని చూపండి.

SECTION - B

విభాగము -బి

II. Answer **All** the questions. **(5×10=50)**

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి.

1. a) Define monotone sequence. Prove that the sequence $\{S_n\}$, where $S_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + ... + \frac{1}{n(n+1)}$ is convergent.

ఏకదిష్టాను క్రమమును నిర్వచింపుము. $S_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + ... + \frac{1}{n(n+1)}$ అయితే $\{S_n\}$ అనుక్రమము అభిసరిస్తుందని చూపండి.

(OR/లేదా)

Scanned with CamScanner

b) State and prove Cauchy's first theorem on limits.

అవధిపై కోషి మొదటి సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి, నిరూపించండి.

2. a) State the prove Cauchy's n^{th} root test.

కోషి n వ మూల పరీక్షను ప్రవచించి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) State and prove Leibnitz's test.

లీబ్నిట్జ్ పరీక్షను ప్రవచించి, నిరూపించండి.

3. a) If f is continuous on [a,b] and f(a), f(b) have opposite sings then there exists $c \in [a,b]$ such that f(c) = 0.

f ప్రమేయము [a,b] లో అవిచ్ఛిన్నమై f(a), f(b) లకు వ్యతిరేక గుర్తులుంటే f(c) = 0 అయ్యేటట్లు $c \in [a,b]$ వ్యవస్థితమవుతుందని చూపండి.

(OR/లేదా)

Scanned with CamScanner

b) Define uniform continuity. Show that the function f defined by $f(x)=x^3$ is uniformly continuous in [-2,2].

ఏకరూప అవిచ్ఛిన్నతను నిర్వచింపుము $f(x)=x^3$ తో నిర్వచింపబడిన ప్రమేయము [-2,2] లో ఏకరూప అవిచ్ఛిన్నంగా ఉంటుందని చూపండి.

4. a) State Lagranges mean value theorem. Show that $\frac{v-u}{1+v^2}<Tan^{-1}v-Tan^{-1}u<\frac{v-u}{1+u^2}$ for 0<u<v. Hence deduce that $\frac{\pi}{4}+\frac{3}{25}<Tan^{-1}\frac{4}{3}<\frac{\pi}{4}+\frac{1}{6}$.

లెగ్రాంజ్ మధ్యమ మూల్య సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచింపుము. $\frac{v-u}{1+v^2}<Tan^{-1}v-Tan^{-1}u<\frac{v-u}{1+u^2}$ అని నిరూపించండి. తద్వారా $\frac{\pi}{4}+\frac{3}{25}<Tan^{-1}\frac{4}{3}<\frac{\pi}{4}+\frac{1}{6}$ అని కూడా చూపండి.

(OR/లేదా)

Scanned with CamScanner

b) State and prove Cauchy's mean value theorem.

కోషి మధ్యమ మూల్య సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి, నిరూపించండి.

5. a) Prove that $f(x) = x^2$ is integrable on $[\theta, a]$ and $\int_0^a x^2 dx = \frac{a^3}{3}$.

$[\theta, a]$ మీద $f(x) = x^2$ సమకాలనీయమనీ మరియు $\int_0^a x^2 dx = \frac{a^3}{3}$ అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) State and prove Fundamental theorem of integral calculus.

సమకాలనీయతకు ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమాన్ని ప్రవచించి, నిరూపించండి.

Scanned with CamScanner